

УДК 551.581

Кандидат техн. наук, доцент **А.Я.Скляр**
ФГБОУ ВО «МИРЭА - Российский технологический университет»

АППРОКСИМАЦИОННЫЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ ИНСОЛЯЦИОННОЙ МОДЕЛИ КЛИМАТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ОСНОВЕ ОБРАБОТКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Предложена аппроксимационная климатическая модель динамики широтного изменения температуры на основе дифференциального уравнения, связывающего мощность падающей солнечной энергии с ее рассеиванием. Строится параметризованная модель энергетического баланса для выбранной широты. Для конкретного места коэффициенты модели подбираются минимизацией отклонения от исходной статистики. Проведен комплекс численных экспериментов по анализу статистических данных о погоде в различных климатических зонах от полюса до экватора с построением климатических линий температурной динамики. Полученные результаты показывают достаточно высокую точность предложенной модели. Точность модельных данных, как правило, отличается от погодного шума не более чем на 20%. Последнее позволяет утверждать, что получение существенно лучшей модели едва ли возможно. Малое количество ее параметров создает предпосылки для численного прогноза динамики изменения климата.

Ключевые слова: климат, инсоляционная модель, временной ряд, инсоляция, оценка уровня шума, обработка статистики.

Для цитирования: Скляр, А. Я. Аппроксимационный подход к построению инсоляционной модели климатической динамики температуры на основе обработки статистических показателей / А. Я. Скляр. — Текст : непосредственный // Гидрометеорология и образование. — 2026. — № 3(27). — С. 40-49.

Введение

Климат в разных точках варьируется в весьма широких пределах в зависимости от местных условий. К таким условиям относятся широта данного места, определяющая уровень солнечной радиации, ее преобразование в деятельном слое земной поверхности, условия рельефа, распределение океанов и суши и связанной с ними циркуляцией атмосферы. Масса гидросферы в 275 раз больше массы атмосферы и имеет примерно в 4 раза большую удельную теплоемкость, чем воздух, теплопроводность же воды в 20 раз превышает теплопроводность воздуха. Таким образом, мировой океан является мощным, аккумулятором солнечной энергии, которая передается и в атмосферу [1]. Кроме того, сам климат также меняется во времени [2]. В последнее время много внимания уделяется проблемам глобального потепления, хотя среди ученых до сих пор нет единого мнения, объясняющего те процессы, которые происходят с климатом на Земле [3, 4].

В то же время для конкретной точки на ограниченном интервале времени динамику изменения температуры с точностью до погодных колебаний можно рассматривать, как строго периодический процесс несмотря на то, что климат на планете в силу заметного наклона оси ее вращения к эклиптике и особенностей поверхности, выражающихся в вариациях отражающей способности, ее теплоемкости и теплопроводности порождает большое разнообразие температурных режимов и их годовых циклов.

В основе предлагаемой климатической модели лежит представление о энергетическом балансе, основанном на притоке солнечной и ее расходе на внешнее излучение.

На настоящий момент накоплен огромный набор многолетней метеорологической статистики практически по всем точкам земного шара. Последнее позволяет не только произвести верифицирование климатических моделей, но и провести их адаптацию к конкретным регионам.

БАЗОВАЯ МОДЕЛЬ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО БАЛАНСА

В основе энергетического баланса лежит простое соображение, что приход энергии определяется величиной αE , где E – поступающая солнечная энергия, расход пропорционален величине $\beta(T-T_0)$, где T – температура воздуха на поверхности, представляющая накопленную энергию T_0 – базовая температура, отражающая энергетическую норму для конкретного места. Соответственно годовой баланс дает равенство интегрального прихода и расхода энергии.

Рассмотрим подробнее зависимости поступления солнечной энергии в зависимости от широты местности, времени суток и сезона, определяемого углом оси Земли с направлением на Солнце.

Введем систему координат, в которой будем описывать поступление солнечной энергии и основные показатели для ее расчета.

Центр земли примем за начало системы координат.

Примем следующие координатные оси.

Ось z совпадает с осью вращения Земли.

Ось x – проекция направления на Солнце на плоскость экватора.

Широта местности φ (угол, образуемый радиус вектором в данной точке с плоскостью экватора.

Тогда нормаль к текущей точке на поверхности на Земле (по направлению совпадает с радиус вектором точки) примет вид $n=(x, y, z)$

$z=\sin\varphi$ (φ – широта)

$x=\cos\varphi\cos\theta$ (θ – угловая скорость вращения τ – текущее время суток)

$y=\cos\varphi\sin\theta$ (θ – угловая скорость вращения τ – текущее время суток)

Отметим $x^2+y^2+z^2=1$

Направление на Солнце.

$$s = (\cos\alpha, 0, \sin\alpha)$$

угол падения β солнечных лучей в момент τ определяется из

$$\cos\beta=\cos(n^{\wedge}s)=(n,s)=\cos\alpha\cos\varphi\cos\theta+\sin\alpha\sin\varphi$$

Мощность падающей энергии Солнца на единицу площади – E_0 .

Объем поступающей энергии в ночное время 0, а в дневное время с учетом наклона составит за время dt

$$dw = E_0 \cos\beta dt = E_0(\cos\alpha\cos\varphi\cos\theta + \sin\alpha\sin\varphi)dt$$

Изменение температуры будем считать исходя из энергетического баланса

$$dT = -p(T - T_0) + qdw$$

Примем нормировку времени из $\theta=1$ (сутки – 2π), за начало отсчета – полдень, $-\tau$ – восход, τ – заход.

Величина τ – восход определяется из

$$\cos\alpha\cos\varphi\cos\tau + \sin\alpha\sin\varphi=0; \cos\tau=-\tan\alpha\tan\varphi.$$

Для полярной зоны в период полярного дня $\tau=\pi$, для полярной ночи $\tau=0$.

Тогда прирост за сутки среднесуточной температуры составит.

$$\begin{aligned}\delta T^{(m)} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} dT(t) \\ &= -\frac{p}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (T(t) - T_0)dt + \frac{qE_0}{2\pi} \int_{-\tau}^{\tau} (\cos\alpha\cos\varphi\cos t + \sin\alpha\sin\varphi) dt \\ &= -p(T^{(m)} - T_0) + \frac{qE_0}{2\pi} (2\cos\alpha\cos\varphi\sin\tau + 2\tau\sin\alpha\sin\varphi)\end{aligned}$$

И окончательно

$$\delta T^{(m)} = -p(T^{(m)} - T_0) + \frac{qE_0}{2\pi} (2\cos\alpha\cos\varphi\sin\tau + 2\tau\sin\alpha\sin\varphi) \quad \#(1)$$

В долговременном плане (годовой цикл) температурная динамика может быть описана исходя из решения дифференциального уравнения, описывающего процесс изменения температуры

$$\frac{dT^{(m)}}{dt} = -p(T^{(m)} - T_0) + qW(t) \quad (2)$$

$W(t)$ здесь в соответствии с (1) имеет вид

$$W(t) = \frac{E_0}{2\pi} (2\cos\alpha(t) \cos\varphi \sin\tau(t) + 2\tau(t) \sin\alpha(t) \sin\varphi)$$

Уравнения (2) представляет собой обыкновенное линейное неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка [5]. Общее решение данного уравнения

$$T^{(m)}(t) = T_0 + \left(T^{(m)}(0) - T_0 + q \int_0^t W(\omega x) e^{px} dx \right) e^{-pt} \quad (3)$$

С учетом периодичности процесса с периодом τ , $T^{(m)}(t+\tau) = T^{(m)}(t)$ параметры $T^{(m)}(t)$ зависимы.

Обозначим $I(t) = \int_0^t W(\omega x) e^{px} dx$

$$0 = T^{(m)}(\tau) - T^{(m)}(0) = \left(T^{(m)}(\tau) - T_0 + qI(\tau) \right) e^{-p\tau} - (T^{(m)}(0) - T_0)$$

$$q = \frac{(T^{(m)}(0) - T_0)(1 - e^{-p\tau})}{I(\tau)e^{-p\tau}} = \frac{(T^{(m)}(0) - T_0)(e^{p\tau} - 1)}{I(\tau)}$$

И (3) перепишется в виде

$$T^{(m)}(t) = T_0 + \left(T^{(m)}(0) - T_0 + \frac{I(t)}{I(\tau)} (T^{(m)}(0) - T_0)(e^{p\tau} - 1) \right) e^{-pt}$$

$$T^{(m)}(t) = T_0 + (T^{(m)}(0) - T_0) \left(1 + \frac{I(t)}{I(\tau)} (e^{p\tau} - 1) \right) e^{-pt} \quad (4)$$

$$\frac{T^{(m)}(t) - T_0}{T^{(m)}(0) - T_0} = \left(1 + \frac{I(t)}{I(\tau)} (e^{p\tau} - 1) \right) e^{-pt} \quad (5)$$

При гармоническом $W(t)$ интеграл $I(t)$ повторяет значение $W(t)$ с соответствующим множителем и фазовым сдвигом.

Отметим, что правая часть в (5) зависит только от параметра p , который определяет сдвиг изменения температуры от поступления энергии.

В общем случае, учитывая периодичность функции $W(t)$, ее можно представить в виде суммы гармоник, каждая из которых будет иметь собственный сдвиг и амплитуду, искажая инсоляционную функцию. В то же время, основной вклад будет иметь главная гармоника. В этих условиях можно использовать для средней полосы предположение о сохранении вида функции $W(t)$, пренебрегая ее искажениями.

Инсоляционная кривая для средней полосы будет близка к синусоидальной. Внешний вид соответствующей температурной кривой и сопоставимой с ней синусоидой приведен на рис 1.

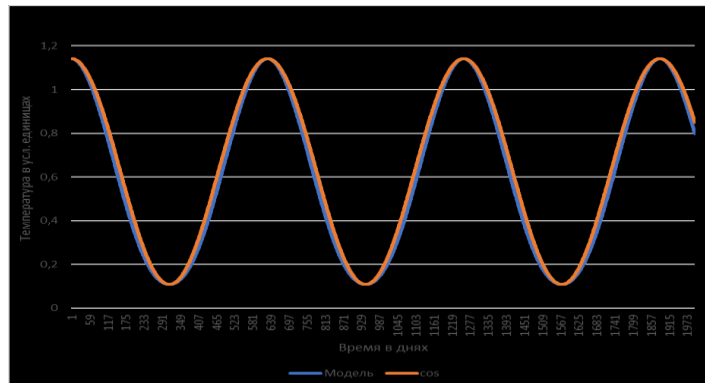


Рис. 1. Динамика изменения температуры в сравнении с гармоникой для средней полосы

Несколько иначе выглядит кривая для экваториальной зоны, представленная на рис. 2.

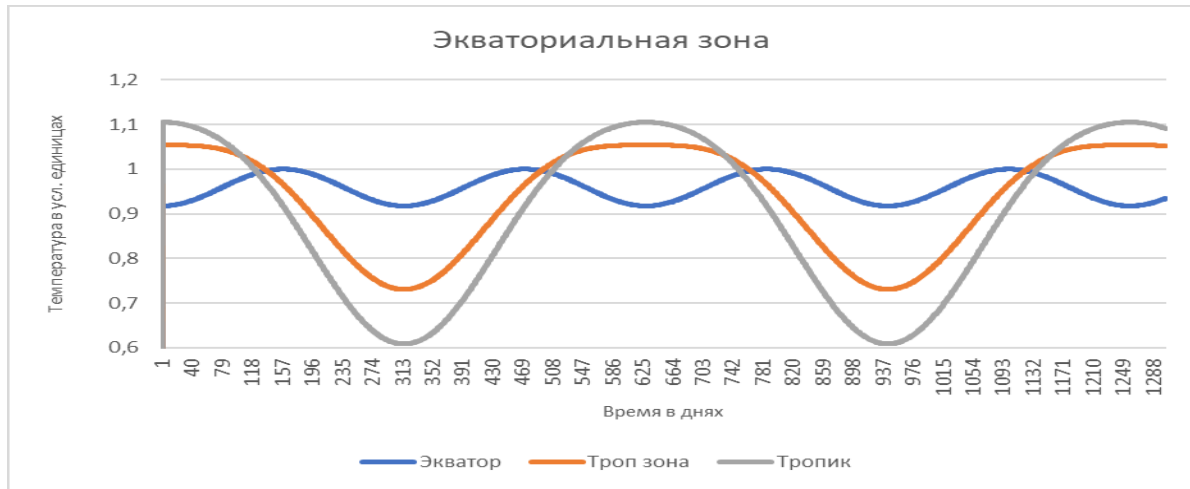


Рис. 2. Модельная динамика изменения температуры для экваториальной зоны в условных единицах

Из (3), (5) прямо следует, что из решение, описывающее динамику изменение температуры на широте зависит от 3 параметров: p , T_0 , $T^{(m)}(0)$, которые носят индивидуальный характер и должны подбираться для конкретной точки индивидуально, поскольку зависят не только от широты местности, но и от таких показателей, как высота над уровнем моря, теплопроводность поверхности, которая может меняться в значительных пределах (свежий снег – 0,10-0,15; вода при нормальных условиях – 0,6; гранит – 2,4; кремний – 150), альbedo поверхности, наличие постоянных конвекционных потоков и других факторов. Сами параметры косвенно отражают особенности местных условий. Критерием подбора для параметра p является сдвиг температуры от инсоляции, что определяет для данной широты $I(t)$, после этого определяется $u(t) = \left(1 + \frac{I(t)}{I(\tau)}(e^{p\tau} - 1)\right)e^{-pt}$, в соответствии с (4) динамика температуры принимает вид

$$T^{(m)}(t) = T_0 + (T^{(m)}(0) - T_0) \left(1 + \frac{I(t)}{I(\tau)}(e^{p\tau} - 1)\right)e^{-pt} = A + Bu(t).$$

Параметры A и B определяются, как коэффициенты линейной регрессии.

При анализе климата необходимо помнить, что наблюдаемые данные представляют сумму климатических и погодных явлений, последние можно представить как шум – случайную величину, кроме того, имеется масса факторов, которые строго говоря, не являются случайными, но не могут быть явно учтены предлагаемой моделью [6].

Говоря о климате, будем исходить из строгой периодичности процесса с периодом τ – год.

Погодные явления будем рассматривать как шум на фоне климатической нормы.

Пусть климатическая норма в момент t – $u(t)$, тогда наблюдаемая температура в момент t – $T(t) = u(t) + \Delta T(t)$, где $\Delta T(t)$ – случайная величина с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратичным отклонением σ .

Для оценки уровня шума удобно воспользоваться прямо вычисляемыми разностями $T(t+\tau) - T(t)$.

Разность $T(t+\tau) - T(t) = \Delta T(t+\tau) - \Delta T(t)$. Величины $\Delta T(t+\tau)$ и $\Delta T(t)$ можно считать независимыми случайными величинами.

$$M((\Delta T(t+\tau) - \Delta T(t))^2) = M(\Delta T^2(t+\tau) - 2\Delta T(t+\tau)\Delta T(t) + \Delta T^2(t)) = \sigma^2 + 0 + \sigma^2 = 2\sigma^2.$$

Величину σ^2 можно оценить по исходной статистике.

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{n - \tau} \sum_{i=0}^{n-\tau-1} (T_{i+\tau} - T_i)^2$$

Полученное значение σ кладет предел возможной точности соответствия климатическим (модельных) данных фактически наблюдаемым.

При построении модели, ее качество можно объективно оценивать по близости отклонения модельных данных от значения σ , отражающего уровень шума в данных.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Статистические данные по погоде в различных регионах, используемые при численном моделировании взяты с сайта архива погоды за 1929 – 2024 годы [7].

Рассмотрим примеры результатов моделирования климата на основе предлагаемой методики для различных зон:

- полюс (данные по южному полюсу) – рис. 3;
- полярная зона (остров Голомянный) – рис. 4;
- приполярная аномальная зона (континентальный полюс холода Оймякон) – рис. 5;
- Средняя полоса (Боровичи) – рис. 6;
- тропическая зона (Мьянма – Янгон) – рис. 7;
- тропическая зона (Мьянма – Мандалай) – рис. 8;
- экватор (Сингапур) – рис. 9.

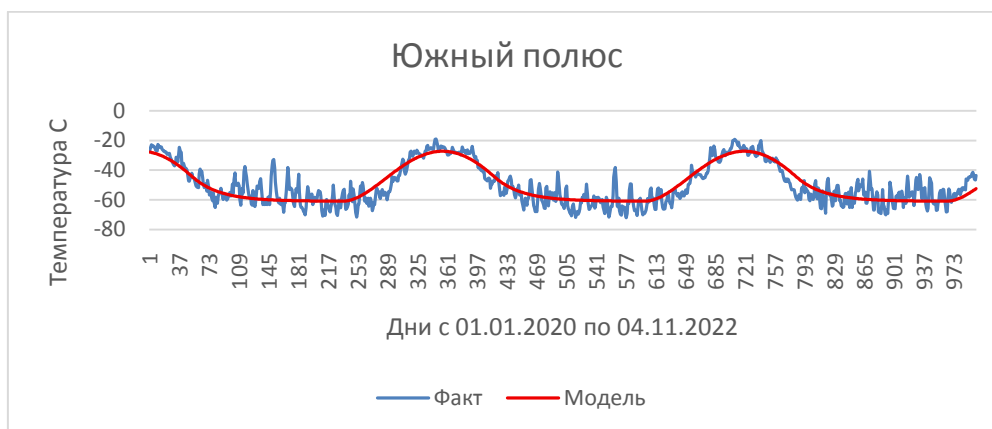


Рис. 3. Динамика изменения температуры на южном полюсе

Среднеквадратичное отклонение модели от фактических данных по южному полюсу составляет $5,24^{\circ}\text{C}$ при средней погодной погрешности $\sigma=4,63^{\circ}$.

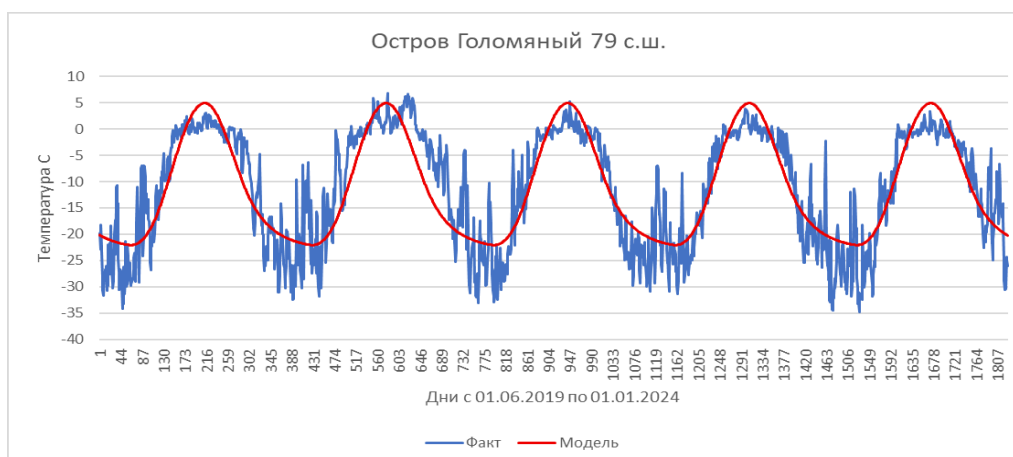


Рис. 4. Динамика изменения температуры на острове Голомянный

Среднеквадратичное отклонение модели от фактических данных по острову Голомянный составляет $5,70^{\circ}\text{C}$ при средней погодной погрешности $\sigma=4,76^{\circ}$.

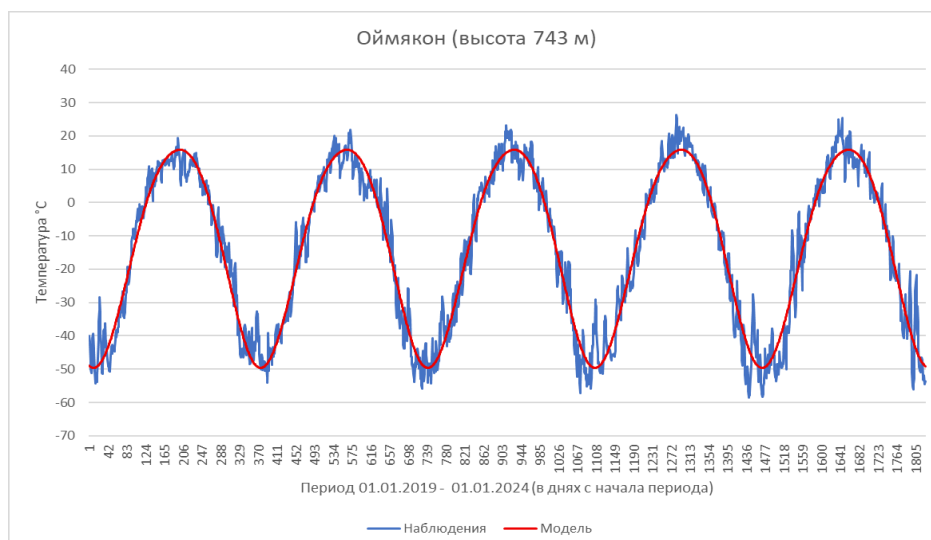


Рис. 5. Динамика изменения температуры в поселке Оймякон ($63^{\circ}27'$) – континентальный полюс холода

Среднеквадратичное отклонение модели от фактических данных по Оймякону составляет $5,181^{\circ}\text{C}$ при предельной минимально возможной погрешности $\sigma=5,188$.

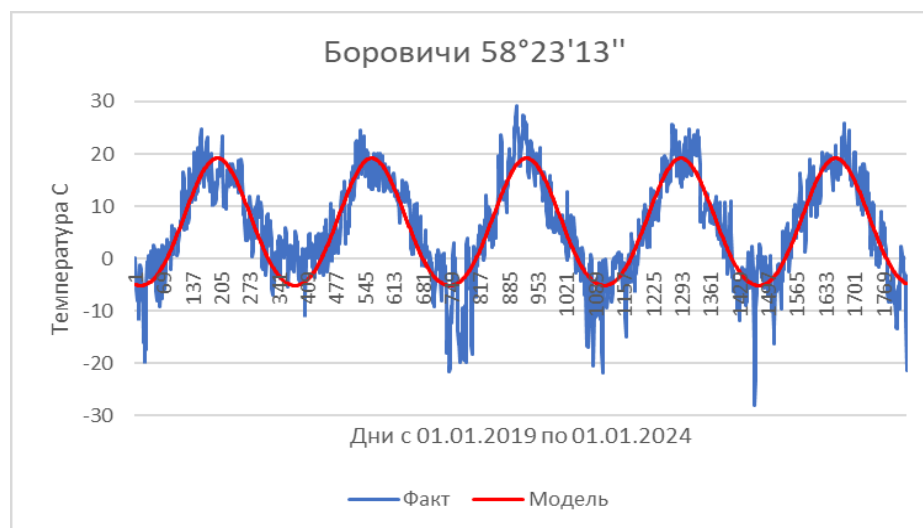


Рис. 6. Динамика изменения температуры в городе Боровичи Новгородской области России

Среднеквадратичное отклонение модели от фактических данных по Боровичам составляет $4,50^{\circ}\text{C}$ при средней погодной погрешности $\sigma=4,59$.

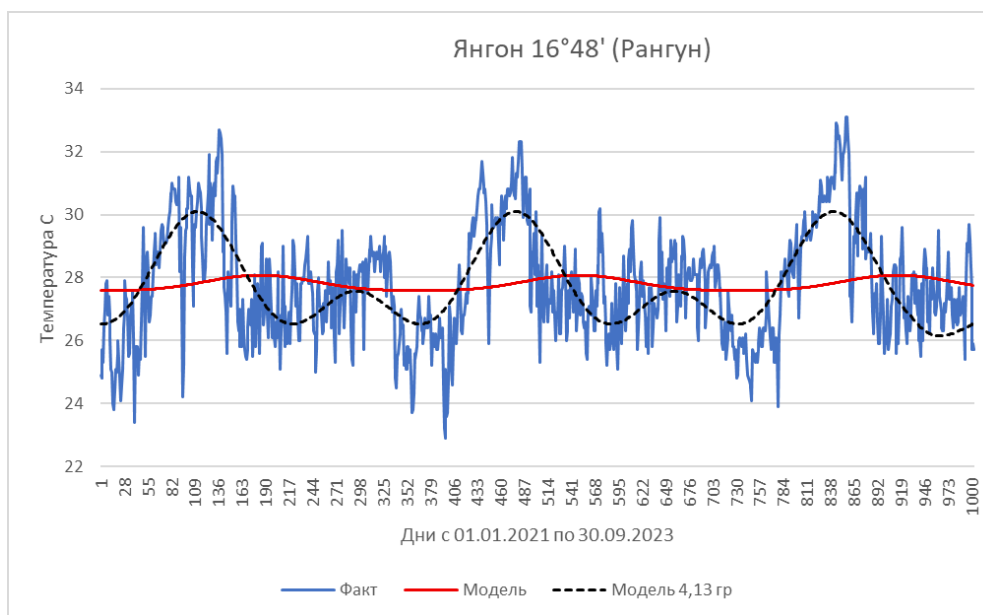


Рис. 7. Динамика изменения температуры в городе Янгон (Рангун) Мьянмы

Среднеквадратичное отклонение модели от фактических данных по Янгону составляет $1,80^{\circ}\text{C}$ при средней погодной погрешности $\sigma=1,20^{\circ}\text{C}$.

При замене истинной широты на $4,3^{\circ}$ среднеквадратичное отклонение модели от фактических данных составляет $1,33^{\circ}\text{C}$, что практически соответствует средней погодной погрешности.

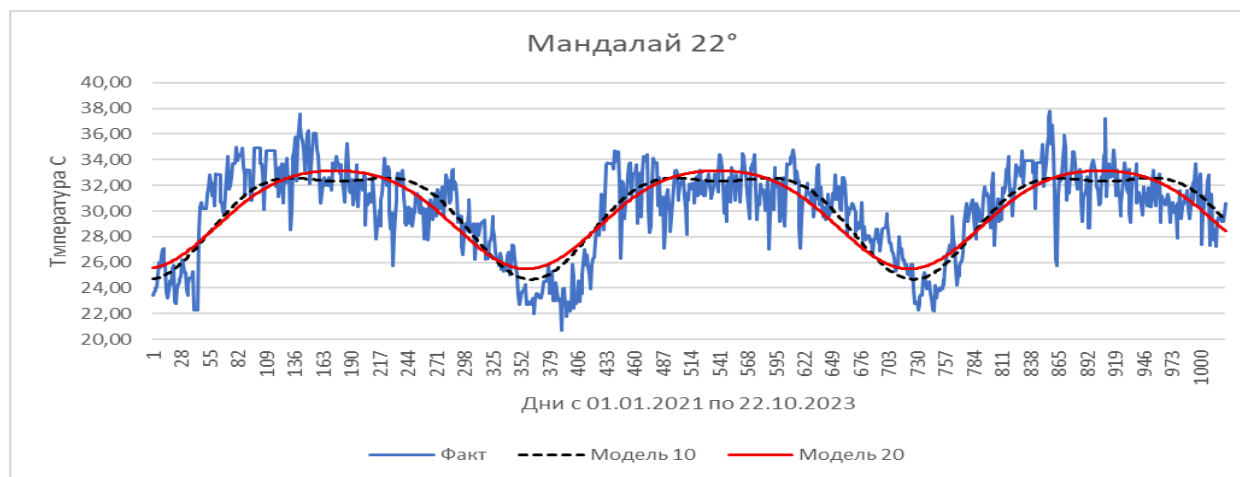


Рис. 8. Динамика изменения температуры в городе Мандалай Мьянмы.

Среднеквадратичное отклонение модели от фактических данных по городу Мандалай составляет $2,14^{\circ}\text{C}$ при предельной минимально возможной погрешности $\sigma=1,90^{\circ}\text{C}$.

При замене истинной широты на 10° среднеквадратичное отклонение модели от фактических данных составляет $1,99^{\circ}\text{C}$, что практически соответствует средней погодной погрешности.

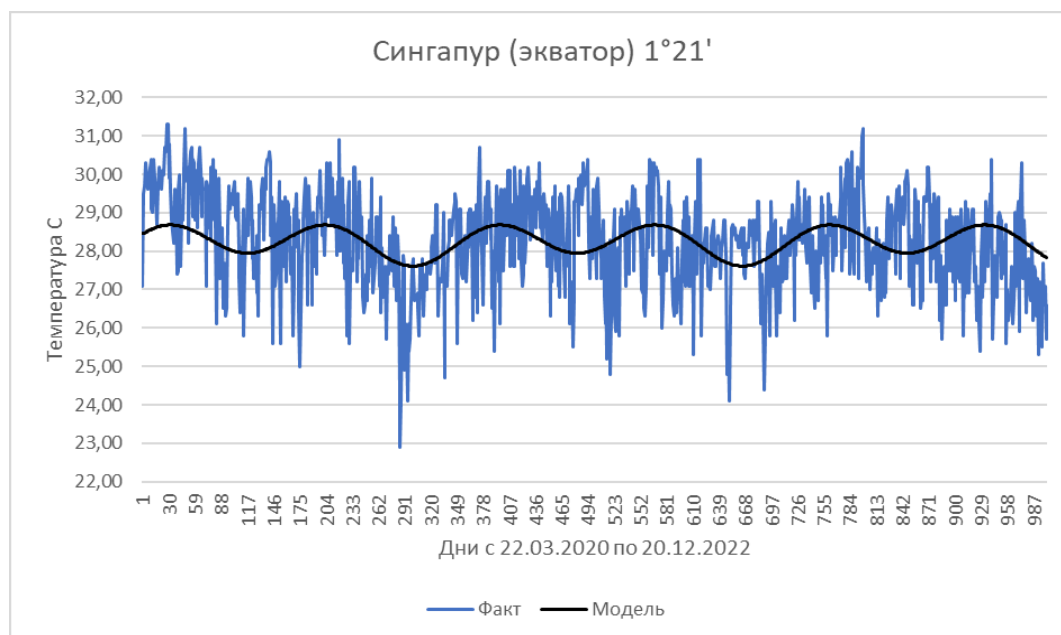


Рис. 9. Динамика изменения температуры в Сингапуре 1°21' с.ш.

Среднеквадратичное отклонение модели от фактических данных по Сингапuru составляет 1,24° С при средней погодной погрешности $\sigma=1,19$.

Полученные результаты показывают, что ошибка, даваемая в моделях не более, чем в 1,2 раза превышает оценку погодной зашумленности, что можно считать более чем удовлетворительным результатом, что хорошо видно и на представленных графиках. Для тропического муссонного климата, к которому относится климат Мьянмы значительное влияние оказывает сезонное перемещение воздушных масс, что в явном виде не учитывается моделью. В то же время можно предложить некоторую коррекцию модели, обосновать которую затруднительно, но дающую приемлемые результаты. Можно заметить, что возмущенный муссонами температурный график в этой зоне с высокой точностью повторяет инсоляционный график более низких широт. Так приведенный на рисунке температурный график Янгона (Рангуна) с высокой точностью описывается инсоляционной моделью для широты 4,3°, представленном на графике пунктирной линией (1,33° при температурном шуме 1,20°, то есть всего на 10% хуже теоретического минимума). Аналогично для Мандалая сдвиг на 12° дает отклонение в 1,99° при минимуме в 1,9°.

Заключение

Предложена модель широтного климата на основе баланса поступающей солнечной энергии и рассеяния тепла. Полученное линейное дифференциальное уравнение первого порядка зависит от четырех параметров: коэффициента теплоотдачи, условного местного температурного 0, коэффициента поглощения солнечной энергии и постоянного интегрирования, задающей начальное значение температуры в нулевой момент времени. Перечисленные коэффициенты не являются независимыми и подчиняются требованию строгой (годовой) периодичности процесса. Таким образом, мы имеем 3 независимых показателя, описывающих динамику изменения температуры в заданной точке. Сами показатели носят в значительной степени условный характер и могут рассматриваться как аналог главных компонент вектора [9, 10], описывающего условия конкретного места. При построении модели конкретного места перечисленные коэффициенты подбираются по статистическим данным по критерию минимума среднеквадратичного отклонения. Отметим, что точность любой модели принципиально ограничена непредсказуемыми погодными колебаниями, величина которых может быть вполне достоверно оценена на основе, например среднего значения квадратов разностей наблюдаемых температур в одни и те же даты в разные годы.

Для численных экспериментов были использованы статистические данные о погоде в различных климатических зонах: полюс, полярная зона, приполярная экстремальная зона, север средней полосы, тропическая муссонная зона и экватор. Принятое разделение температурной динамики на инсоляционное поступление энергии с простой схемой ее расхода и случайный погодный процесс не учитывает явления постоянных атмосферных межширотных переносов тепла, особенно явно проявляющихся в виде тропических муссонов. Характер инсоляционной кривой в тропической зоне заметно меняется от синусоиды с полугодовым периодом на экваторе до кривой с двумя выраженными максимумами в субэкваториальной зоне, кривой с почти плоским верхом при приближении к тропику и почти синусоидой на тропике. В определенной степени на уровне модели муссонный перенос можно компенсировать «смещением широты» места, давая тем самым изменение инсоляционной кривой. Численные расчеты показывают высокую точность такой аппроксимации, что позволяет сделать вывод о высокой вероятности правомерности подобной гипотезы.

Предложенная модель успешно аппроксимирует сезонные температурные ряды с точностью, как правило, не более чем на 20% больше уровня погодного шума, являющегося, по сути теоретическим минимумом точности любых моделей.

Список литературы

1. О.А.Дроздов, В.А.Васильев, Н.В.Кобышева, А.Н.Раевский, Л.К.Смекалова, Е.П.Школьный. Климатология. Ленинград: Гидрометеиздат, 1989 – 586 с.
2. Большаков В.А. Новая концепция орбитальной теории палеоклимата. М.: МГУ, Географический факультет, 2003. — 256 с.
3. Гор А. Неудобная правда. Глобальное потепление: как остановить планетарную катастрофу. СПб.: Амфора, 2007. 328 с.
4. Глобальное потепление: Картография российских климатических наук. под ред. А.Екайкина, О.Бычковой. Санкт-Петербург: Издательство Европейского университета, 2024, 352с.
5. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения. М.: Ленанд, 2024, 312 с.
6. D.S. Wilks. Statistical Methods in the Atmospheric Sciences. US, New York: Cornell University, 2006, 649 p.
7. Архив погоды с 1929 года https://pogoda-service.ru/archive_gsod.php.
8. Большаков В.А. Новая концепция орбитальной теории палеоклимата. М.: МГУ, Географический факультет, 2003. — 256 с.
9. Pearson, K. 1901. On lines and planes of closest fit to systems of points in space. Philosophical Magazine 2:559-572.
10. A. Gorban, B. Kegl, D. Wunsch, A. Zinovyev (Eds.), Principal Manifolds for Data Visualisation and Dimension Reduction, LNCSE 58, Springer, Berlin – Heidelberg – New York, 2007. (ISBN 978-3-540-73749-0).

BRIEF INFORMATION

Cand Tech., associate professor **A.Y.Sklyar**
Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education
"MIREA - Russian Technological University"

APPROXIMATION APPROACH TO CONSTRUCTING AN INSULATION MODEL OF CLIMATIC TEMPERATURE DYNAMICS BASED ON THE PROCESSING OF STATISTICAL INDICATORS

An approximation climatic model of the dynamics of latitudinal temperature change is proposed on the basis of a differential equation relating the power of incident solar energy with its dissipation. A parameterized model of the energy balance for the selected latitude is built. For a specific location, the model coefficients are selected by minimizing the deviation from the original statistics. A set of numerical experiments was carried out to analyze statistical data on weather in various climatic zones from the pole to the equator with the construction of climatic lines of temperature dynamics. The results obtained show a fairly high accuracy of the proposed model. The accuracy of model data, as a rule, differs from weather noise by no more than 20%. The latter allows us to assert that it is hardly possible to obtain a significantly better model. The small number of its parameters creates prerequisites for a numerical forecast of the dynamics of climate change.

Keywords: *climate, insolation model, time series, insolation, noise level assessment, statistical processing.*

For citation: Sklyar, A. Ya. Approximation approach to constructing an insulation model of climatic temperature dynamics based on the processing of statistical indicators / A. Ya. Sklyar. – Text: direct // Hydrometeorology and Education. – 2026. – No. 3(27). – Pp. 40-49.

Дата поступления рукописи в редакцию – 06.04.2026

Date of manuscript receipt by the editors – 06.04.2026

Дата принятия рукописи в печать – 26.08.2026

Date of manuscript acceptance for publication – 26.08.2026